

Le principe des tiroirs

• **Entre 1 et 20** : Chacun des 20 entiers de 1 à 20 peut s'écrire comme le produit d'une puissance de 2 par un nombre impair. On compte 10 nombres impairs entre 1 et 20. Lorsqu'on choisit 11 nombres, deux d'entre eux sont donc égaux au produit d'un même nombre impair par une puissance de 2 et l'un divise l'autre.

Si l'on ne choisit que 10 nombres, cela n'est plus vrai. Exemple : 6, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 19.

• **Coloriage** : Une rangée peut être coloriée de 6 façons différentes : RRR, RRB, RBR, BRR, RBB, BRB, BBR et BBB. Deux rangées auront donc obligatoirement le même coloriage et on pourra tracer un rectangle monochrome avec des points de ces deux rangées.

• **La table tournante** : La table peut prendre 6 positions autres que la position initiale. Pour chaque convive, il existe une position de la table telle que le carton devant lui porte son initiale. Il existe donc une position de la table telle que deux convives au moins ont devant eux le carton portant leur initiale.

Ce n'est plus le cas si au départ un unique convive a devant lui le carton portant son initiale. Il est alors possible que chacune des 6 autres positions de la table ne fasse correspondre qu'un des convives avec son carton.

• **Dix nombres à deux chiffres** :

Il existe $2^{10} = 1024$ sous-ensembles d'un ensemble de dix nombres, et 1022 si l'on exclut l'ensemble vide et l'ensemble lui-même.

Les sommes possibles pour un sous-ensemble strict d'un ensemble de 10 nombres à deux chiffres vont de 10 à $91 + 92 + 93 + 94 + \dots + 99 = 855$. On a donc 846 sommes possibles.

Il existe donc deux sous-ensembles distincts ayant la même somme. En enlevant les éventuels éléments communs de ces deux sous-ensembles, on obtient deux sous-ensembles disjoints ayant la même somme.