Les doublets carrolliens

• CINQ <- CINE <- FINE <- FENE <- FEUE <- FEUX <- DEUX
• ZERO -> VERO (latin) -> VERT -> VENT -> CENT
• TROIS -> TRAIS -> TRAIE -> DRAIE (verbe drayer) -> DRAGE -> DRUGE -> DOUGE -> DOUZE
• PLIE -> PAIE -> PALE -> POLE -> SOLE
• MURET -> MUREE -> MAREE -> MARIE -> CARIE -> CARPE
• TROIS -> TROUS -> TROUE -> TROLE -> FROLE -> FIOLE -> FILLE -> MILLE
• ZERO -> ONZE -> NEUF -> DEUX -> DIX -> SIX

Le principe des tiroirs

• Entre 1 et 20 : Chacun des 20 entiers de 1 à 20 peut s'écrire comme le produit d'une puissance de 2 par un nombre impair. On compte 10 nombres impairs entre 1 et 20. Lorsqu'on choisit 11 nombres, deux d'entre eux sont donc égaux au produit d'un même nombre impair par une puissance de 2 et l'un divise l'autre.
Si l'on ne choisit que 10 nombres, cela n'est plus vrai. Exemple : 6, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 19.

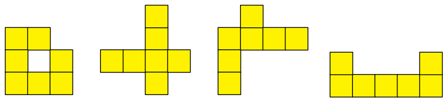
• Coloriage : Une rangée peut être coloriée de 6 façons différentes : RRR, RRB, RBR, BRR, RBB, BRB, BBR et BBB. Deux rangées auront donc obligatoirement le même coloriage et on pourra tracer un rectangle monochrome avec des points de ces deux rangées.

• La table tournante : La table peut prendre 6 positions autres que la position initiale. Pour chaque convive, il existe une position de la table telle que le carton devant lui porte son initiale. Il existe donc une position de la table telle que deux convives au moins ont devant eux le carton portant leur initiale.
Ce n'est plus le cas si au départ un unique convive a devant lui le carton portant son initiale. Il est alors possible que chacune des 6 autres positions de la table ne fasse correspondre qu'un des convives avec son carton.

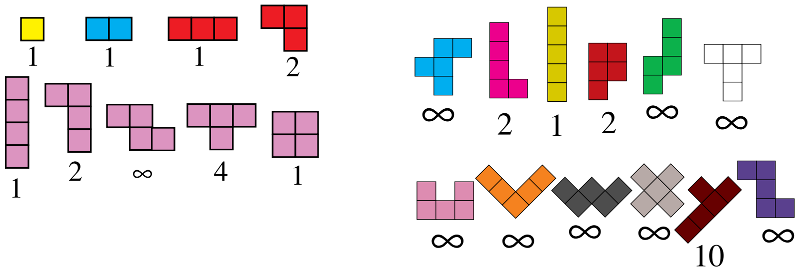
• Dix nombres à deux chiffres :
Il existe 2^{10} = 1024 sous-ensembles d'un ensemble de dix nombres, et 1022 si l'on exclut l'ensemble vide et l'ensemble lui-même.
Les sommes possibles pour un sous-ensemble strict d'un ensemble de 10 nombres à deux chiffres vont de 10 à 91 + 92 + 93 + 94 + ... + 99 = 855. On a donc 846 sommes possibles.
Il existe donc deux sous-ensembles distincts ayant la même somme. En enlevant les éventuels éléments communs de ces deux sous-ensembles, on obtient deux sous-ensembles disjoints ayant la même somme.

Les polyminos

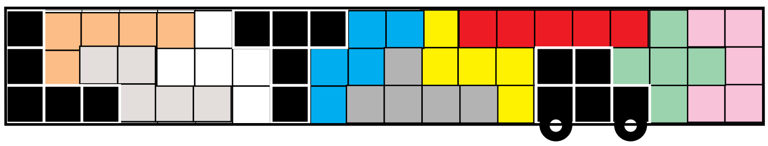
• **Tous les triminos, quadraminos, pentaminos et hexaminos** pavent le plan sans trou.
Parmi les heptaminos, quatre ne pavent pas le plan :



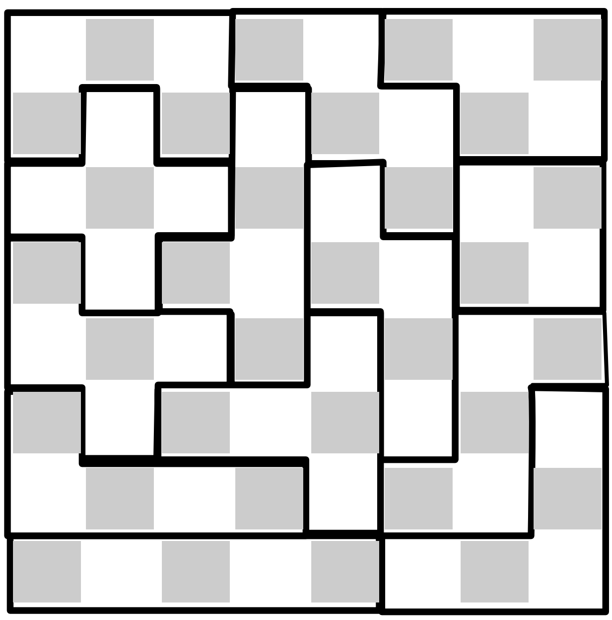
• **Pavage d'un rectangle :** L'ordre des n-minos juqu'aux pentaminos est indiqué ci-dessous, le symbole "∞" signifiant ici qu'aucun rectangle ne peut être pavé sans trou par ce polymino.



• **Les pentaminos de Léon Tine :**



• **L'échiquier de Dudeney :**
Voici la solution donnée par Dudeney. Il en existe d'autres.



__Les palindromes__

• Il existe 900 nombres entiers palidromes à 5 chiffres, 900 à 6 chiffres, 9000 à 7 chiffres, 9000 à 8 chiffres, $9 \times 10^{n-1}$ à $2n$ chiffres et 9×10^{n} à $2n + 1$ chiffres.

• Les trois dates palindromes suivantes seront la 02 - 02 - 2020, le 12 - 02 - 2021 etvle 22 - 02 - 2022.

Léon, Noêl et les palindromes : 777

La montre de Jules : 11 affichages palindromes

Carrés palindromes : $798\ 644^{2} = 637\ 832\ 238\ 736$.

Premiers palindromes : Un nombre palindrome à quatre chiffres est toujours un multiple de 11. Il n'existe donc pas de nombre palindrome à quatre chiffres qui soit aussi un nombre premier.

Deux moyennes : La seule solution est constituée des entiers 32 et 98, qui admettent 65 comme moyenne arithmétique et 56 comme moyenne géométrique.

Somme de carrés palindromes : La plus petite solution est 181 : 12 + 22 + 32 + 42 +....+ 1812 = 1 992 991.

Cubes palindromes : 343 et 1331.

__Inverses de nombres entiers__

• 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 25, 32, 40, 50, 64, 80 et 100 ont un inverse décimal. Leur décomposition en produit de facteurs premiers ne comprend que des facteurs 2 ou 5.

• Lorsqu'on effectue la division de 1 par *n*, si la division ne « tombe pas juste », on a seulement *n* – 1 restes possibles
1/3 : 1 chiffre, 1/11 : 2 chiffres, 1/13 : 6 chiffres, 1/17 : 16 chiffres, 1/19 : 18 chiffres.

Les mêmes chiffres : 142 857.

Dites 33 : 4125.

Les onze amis et la galette : Monsieur Zéro ne pourra donc pas servir Monsieur Dix en respectant la règle qu'il s'est fixée.

Les nombres glissants : il existe 3 nombres glissants à deux chiffres autres que 20. Il s'agit des nombres **25, 29 et 52**.

Quotient = ruesivid : Le problème a donc 2 solutions : le diviseur peut être égal à 175 ou à 571.

Sommez les inverses : $\frac{1}{6} = \frac{1}{26} + \frac{1}{30} + \frac{1}{36} + \frac{1}{39} + \frac{1}{45} + \frac{1}{52}$

Somme des entiers de 1 à *n* et des carrés des entiers de 1^2 à n^2

• La somme des entiers de 1 à 100 vaut 5050.

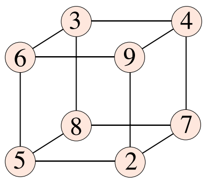
• La somme des carrés des entiers de 1^2 à 100^2 vaut 338 350.

Les carrés malicieux :

14	21	26	25
27	24	15	20
17	18	29	22
28	23	16	19

La somme fatidique : il suffit de supprimer 1 signe + entre 51 et 52.

Le cube de Paul :



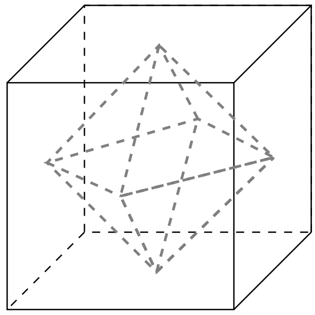
Les frères Karr : le moins riche possède 248 moutons.

Inflation galopante : Un cahier coûtait 9 euros le premier janvier.

La pyramide en bois : La pyramide de 12 étages pèse 1950 kg.
Les faces visibles de la pyramide correspondant à 220 faces de cubes et lz mzsse de vernis nécesaire est égale à 2,2 kg.
La masse totale est donc égale à 1952,2 kg.

Les solides de Platon

Le cube tronqué (1) : Le solide obtenu possède **12 faces** (4 carrés et 8 triangles), **12 sommets** et **20 arêtes**.



Le cube tronqué (2) : Le solide obtenu possède **8 faces** triangulaires, **6 sommets** et **12 arêtes**. C'est un octaèdre.

Le ballon de foot : Un ballon de foot compte **12 pentagones** et **20 hexagones**.

L'autoréférence

Phrases autoréférentes : **• La lettre v est la neuvième lettre et la dix-huitième lettre de cette phrase.**

• La lettre u est la neuvième lettre, la dix-septième lettre et la cinquante-sixième lettre de cette phrase.

• Cette phrase contient huit fois la lettre « t ».

• Cette phrase contient vingt-cinq consonnes.

• Celle-ci contient treize voyelles ou **Celle-ci contient quatorze voyelles .**

Cadre autoréférent (1 et 2)

Dans ce cadre, il y a 3 fois le chiffre 1.
Dans ce cadre, il y a 2 fois le chiffre 2.
Dans ce cadre, il y a 3 fois le chiffre 3.
Dans ce cadre, il y a 1 fois le chiffre 4.
Dans ce cadre, il y a 1 fois le chiffre 5.

Dans ce cadre on compte :
6 chiffre(s) 1
3 chiffre(s) 2
2 chiffre(s) 3
1 chiffre(s) 4
1 chiffre(s) 5
2 chiffre(s) 6
1 chiffre(s) 7
1 chiffre(s) 8
1 chiffre(s) 9

Référence mutuelle :

Cadre A	Cadre B
Dans le cadre B, il y a :	Dans le cadre A, il y a :
1 **fois le chiffre 0**	1 **fois le chiffre 0**
3 **fois le chiffre 1**	4 **fois le chiffre 1**
4 **fois le chiffre 2**	2 **fois le chiffre 2**
1 **fois le chiffre 3**	2 **fois le chiffre 3**
2 **fois le chiffre 4**	2 **fois le chiffre 4**
1 **fois le chiffre 5.**	1 **fois le chiffre 5.**

Le théorème de Pick

Les poissons : **14 cm^2 et 22 cm^2**

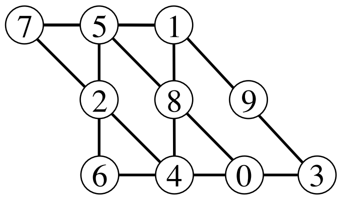
Le masque inca : L'aire du polygone obtenu en ne comptant pas les cornes ni les demi-disques rentrants ou sortants est égale à 136 carreaux-unités. L'aire de chaque sourcil vaut 2 carreaux-unité. Celle des yeux vaut 3,5 carreaux par oeil. Le nez a une aire de 2 carreaux, et la bouche une aire de 6 carreaux. Si l'on considère les aires des demi-disques à ajouter et à soustraire (cheveux, joues, cornes et menton), on a : $\pi\,(4 \times 0{,}5^5 + 2^2 - 1^2 - 2^2) = \pi\,(1 + 4 - 1 - 4) = 0$. Autrement dit, les parties rentrantes et sortantes en forme de demi-disques se conpensent exactement.

L'aire totale du masque est donc égale à $136 - 2 \times 2 - 2 \times 3{,}5 - 2 - 6$, soit **117 carreaux-unité**.

Curiosités et motifs numériques

La preuve par 9 : 225 ou 675

La somme de la chance :



Dites « 44 » :

44			
25	19		
14	11	8	
7	7	4	4

44			
24	20		
12	12	8	
4	8	4	4

44			
23	21		
10	13	8	
1	9	4	4

Les anagrammes

Par permutation des chiffres 1234, on peut former $4 \times 3 \times 2$, soit 24 nombres.
Par permutation des chiffres 1123, on peut former 12 nombres.
Par permutation des chiffres 1122, on peut former 6 nombres.
Par permutation des chiffres 123456789, on peut former $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$, soit 362 880 nombres.
Par permutation des chiffres 0123456789, on peut former $9 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$, soit 3 265 920 nombres ne commençant pas par un «0».

mots de 2 lettres possédant 2 anagrammes : en, ne ; es, se ; as, sa ; un, nu ; ut, tu
Il n'existe pas de mots de plus de 2 lettres dont toutes les anagrammes sont des mots de la langue française.
mots de 3 lettres possédant 3 anagrammes : ail, lai, lia ; est, set, tes ; sue, use, eus
4 anagrammes ou plus : amer, mare, arme, rame ; alpe, lape, pela, pale ; airs, iras, rais, rias, sari (5)
5 anagrammes : agile, aigle, algie, gelai, liage
6 anagrammes : elimas, emails, lamies, liames, melais, melias
7 anagrammes : alertas, alteras, astrale, ralates, ratelas, relatas, resalat
8 anagrammes : agraines, angaries, egrainas, gaineras, ganserai, nagerais, rangeais, saignera

Mot-labyrinthe : ORGANISME

Roues de mots : CYCLE

Mots croisés :

	1	2	3	4
I	A	M	I	S
II	D	U	R	A
III	O	R	A	L
IV	S	I	S	E

<u>Les polygones réguliers étoilés</u>

• Les angles intérieurs des polygones mesurent respectivement :
36°, environ 77,14°, environ 25,71°, 45°, 100°, 20°, 72°, environ 114,55°, environ 81,82°, environ 49,09°, environ 16,36° et 30°

• La mesure en degrés de l'angle intérieur d'un polygone régulier étoilé à n sommets reliés de p en p ($p < n/2$) est égale à :

$$180° - \frac{p \times 360°}{n}$$

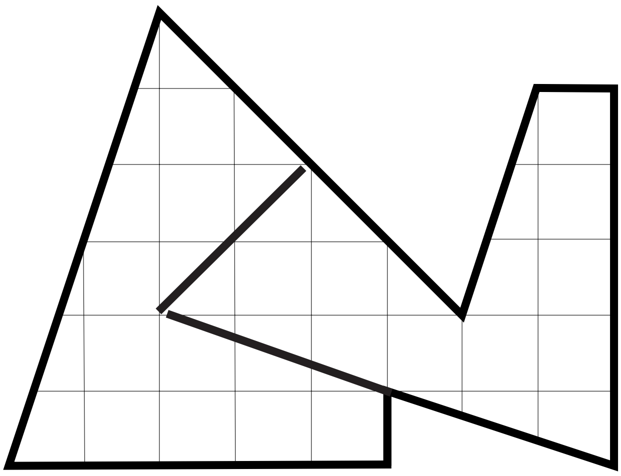
• si n est un nombre premier supérieur ou égal à 5, il existe $\frac{n-3}{2}$ polygones réguliers étoilés à n côtés.

• si n est le carré d'un nombre premier p supérieur ou égal à 3, il existe $\frac{p^2 - p - 2}{2}$ polygones réguliers étoilés à n côtés.

• Les polygones réguliers étoilés ayant un nombre pair de sommets ont des côtés parallèles.

L'étoile mystérieuse : **37 cm^2**

Le partage :



Le billard : La boule atteindra l'**angle C** après **14 rebonds**.