

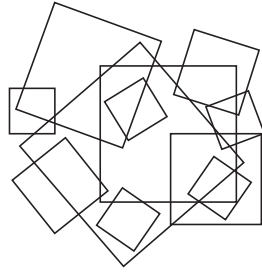
DEMI-FINALE 2021

DÉBUT TOUTES CATÉGORIES

1. Les carrés (coefficient 1)

Mathilde a dessiné onze carrés sur son cahier. Elle décide d'effacer certains d'entre eux afin que les côtés des carrés restants ne se coupent jamais.

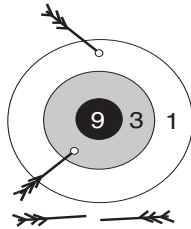
Combien doit-elle en effacer, au minimum ?



2. Les fléchettes (coefficient 2)

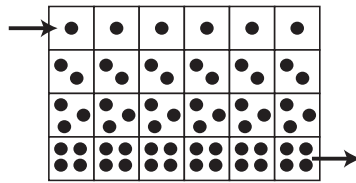
Mathias possède une cible et quatre fléchettes. Sur l'exemple du dessin, il a marqué seulement 4 points, deux fléchettes étant tombées à côté de la cible.

Quel est le plus petit total impossible à réaliser avec quatre fléchettes ?



3. Les pièces du labyrinthe (coefficient 3)

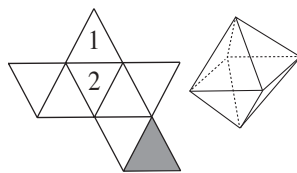
Chacune des salles de ce labyrinthe contient 1, 2, 3 ou 4 pièces d'or comme le montre la figure. Une fois entré dans ce labyrinthe (flèche en haut à gauche), vous ne pouvez vous déplacer que vers la droite ou vers le bas. Vous devez ramasser toutes les pièces d'or des salles que vous traversez. **Combien de chemins différents vous permettent de ramasser au total exactement 21 pièces d'or avant de sortir (flèche en bas à droite) ?**



4. Un dé à huit faces (coefficient 4)

La figure représente le patron d'un dé à huit faces, sur lequel on veut inscrire les nombres de 1 à 8, et la forme de ce dé une fois assemblé. Lorsque le dé sera assemblé, la somme des nombres situés sur deux faces opposées devra toujours être la même.

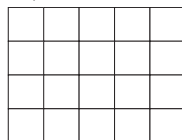
Quel nombre sera écrit sur la face grisée ?



5. Le partage de la tablette (coefficient 5)

Mathias a une tablette de chocolat rectangulaire de 4 carrés sur 5. Il désire la partager avec ses trois copains en gardant un morceau pour lui. Chacun doit recevoir un morceau d'un seul tenant et tous les morceaux doivent avoir la même forme et des carrés entiers de chocolat. **Combien de formes différentes peuvent avoir les morceaux que chacun des garçons reçoit ?**

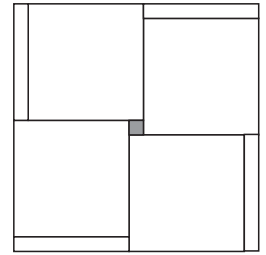
Pour comparer deux formes, on peut retourner un morceau.



6. Une lampe au plafond (coefficient 6)

Un plafond carré est recouvert de quatre plaques carrées identiques et de quatre plaques rectangulaires identiques qui ne laissent qu'un petit carré libre (en gris) pour suspendre une lampe.

En arrangeant les huit plaques de différentes façons, sans chevauchement, sur le plafond, combien y a-t-il d'endroits différents où l'on peut suspendre la lampe ?



7. Les années suiveuses (coefficient 7)

Une année suiveuse est une année dont le millésime est formé de deux nombres entiers qui se suivent comme 78 ou 2021. Mathilde additionne les nombres des années suiveuses depuis l'an 12 jusqu'à l'an 2021.

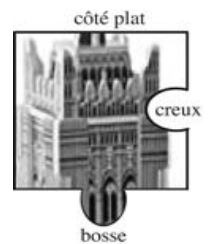
Quel sera son résultat ?

Note : L'écriture d'un nombre entier à plusieurs chiffres ne commence jamais par un 0.

8. Les pièces de puzzle (coefficient 8)

Mathias a reçu en cadeau un puzzle comportant un grand nombre de pièces qui sont toutes réalisées à partir d'un carré de même dimension. Les quatre pièces des angles présentent deux côtés plats, comme l'exemple représenté, mais peuvent aussi avoir deux creux ou deux bosses. Les autres pièces des bords présentent toutes un seul côté plat. Aucune pièce intérieure ne présente de côté plat, chaque côté ayant un creux ou une bosse. Les creux et les bosses sont de mêmes dimensions et placés aux milieux des côtés. Pour trier les pièces de son puzzle, Mathias fait des piles, chaque pile comprenant des pièces qui se superposent parfaitement, chaque pièce pouvant être posée indifféremment à l'endroit ou à l'envers.

Lorsqu'il aura tout trié, combien de piles Mathias obtiendra-t-il, au maximum ?

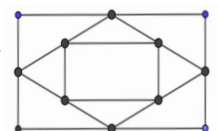


FIN CATÉGORIE CM

Problèmes 9 à 18 : Attention ! Pour qu'un problème soit complètement résolu, vous devez donner le nombre de ses solutions, et donner la solution s'il n'en a qu'une, ou deux solutions s'il en a plus d'une. Pour tous les problèmes susceptibles d'avoir plusieurs solutions, l'emplacement a été prévu pour écrire deux solutions (mais il se peut qu'il n'y en ait qu'une !).

9. Toujours plus petit (coefficient 9)

Mathilde désire créer une mosaïque qui donne une idée de l'infini. Elle dessine sur le sol un grand rectangle de 8 m sur 4 m et y inscrit un losange dont les sommets sont les milieux des côtés du rectangle, puis elle inscrit dans ce



FIN CATÉGORIE CE

losange un second rectangle dont les sommets sont les milieux des côtés du losange, et ainsi de suite en alternant losanges et rectangles. Elle s'arrête dès qu'il a inscrit une figure ayant une surface plus petite qu'un dm^2 .

Combien de losanges Mathilde a-t-elle dû dessiner ?

10. Huit diviseurs (coefficient 10)

Lisa s'amuse à faire la somme des nombres de 1 à 21 et constate que le nombre obtenu possède huit diviseurs.

Quel est le plus petit nombre possédant exactement huit diviseurs ?

11. Ficelle cadeau (coefficient 11)

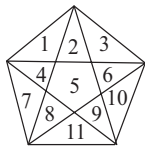
Emil veut offrir à son amie une boîte contenant 225 cm^3 de chocolat. La boîte doit être un parallélépipède rectangle dont toutes les arêtes mesurent des nombres entiers de centimètres strictement plus grands que 1 cm, les faces du dessus et du dessous étant carrées. Il désire mettre une belle ficelle autour, placée comme le montre le dessin qui ne respecte pas forcément les proportions de la boîte. **Sachant que le nœud utilise 25 cm de ficelle, quelle sera alors la longueur à utiliser pour emballer le paquet ?**



FIN CATÉGORIE C1

12. Diagonales (coefficient 12)

Jean dessine un pentagone régulier et trace toutes ses diagonales. Celles-ci délimitent onze régions à l'intérieur du pentagone.



Combien de régions obtiendra-t-il s'il dessine un heptagone régulier et toutes ses diagonales ?

Un heptagone est un polygone à 7 côtés.

13. Jouer à la loterie (coefficient 13)

Alix joue volontiers à la loterie à numéros où il faut remplir une grille de 6 nombres au hasard choisis parmi les nombres de 1 à 42. Sur la grille, les nombres seront rangés en ordre croissant. Il joue chaque fois en écrivant 6 nombres dont l'écriture comporte les 10 chiffres de 0 à 9, chacun utilisé une fois et une seule, comme par exemple 5, 7, 18, 26, 39, 40.

Combien de grilles différentes peut-il ainsi composer ?

14. Partage équitable (coefficient 14)

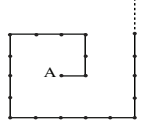
On considère l'ensemble $E = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8\}$. Il est possible de le partager en deux sous-ensembles $E_1 = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 8\}$ et $E_2 = \{5 ; 6 ; 7\}$, tels que la somme des éléments de E_1 égale la somme des éléments de E_2 .

Si on considère l'ensemble E des nombres qui vont de 1 à n, où n peut prendre toutes les valeurs de 1 à 21, pour quelle(s) valeur(s) de n peut-on partager l'ensemble E en deux sous-ensembles E_1 et E_2 , telle que la somme des éléments de E_1 soit égale à la somme des éléments de E_2 ?

FIN CATÉGORIE C2

15. Le robot (coefficient 15)

Un robot avance en spirale sur un quadrillage de la manière suivante. Il fait des pas de 50 cm. En partant d'un point A, il avance d'un pas vers



l'est puis tourne de 90° à gauche et avance de 2 pas vers le nord, puis tourne de 90° et avance de 3 pas vers l'ouest, tourne de 90° et avance de 4 pas vers le sud et ainsi de suite. Dans chaque nouvelle direction il fait un pas de plus que dans la direction précédente. **Après avoir parcouru 2080 pas, à quelle distance de son point de départ se trouve-t-il ?**

Si nécessaire, on prendra 1,414 pour $\sqrt{2}$ et on donnera la réponse en centimètres arrondira au cm le plus proche.

16. Le carré kryptonien (coefficient 16)

Un carré magique vient de nous parvenir de la planète Krypton. Ce carré contient neuf nombres entiers tous différents écrits dans un système de numération de position semblable au nôtre (nombres écrits de gauche à droite) mais dont la base n'est pas forcément décimale. La somme des nombres écrits dans chaque ligne, chaque colonne et chacune des grandes diagonales est toujours la même. En comparant avec d'autres textes kryptoniens, on a pu établir que \circ correspond à notre chiffre 0, que \diamond = 9 et que \uparrow \uparrow \uparrow représentent trois nombres entiers consécutifs écrits en ordre croissant. **Quelle est la somme des neuf nombres écrits dans ce carré ?**

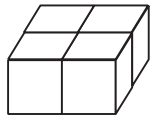
$\uparrow \uparrow$	\uparrow	$\uparrow \uparrow$
\diamond	\circ	$\uparrow \uparrow$
\uparrow	$\uparrow \uparrow$	\uparrow

On écrira cette somme en base 10.

FIN CATÉGORIES L1, GP

17. Quatre petits cubes (coefficient 17)

Adelaïde peint en vert les six faces d'un parallélépipède rectangle de dimensions $2 \times 2 \times 1 \text{ cm}$, puis le découpe en quatre cubes de 1 cm de côté. Sa petite soeur Sophie prend les quatre cubes puis, sans tenir compte des faces peintes, les assemble aléatoirement et les colle entre eux de façon à reconstituer un parallélépipède de dimensions $2 \times 2 \times 1 \text{ cm}$. **Quelle est la probabilité que la surface visible peinte en vert sur les six faces du nouveau parallélépipède soit égale à 12 cm^2 ?**



18. Le partage du jardin (coefficient 18)

Dans la ville de Mathville, il y a un jardin triangulaire ABC dont les côtés mesurent $AB = 36 \text{ m}$, $AC = 38 \text{ m}$ et $BC = 60 \text{ m}$. Le jardinier responsable désire construire une barrière rectiligne DE qui relie les côtés AB et BC (D est sur le côté AB et E sur le côté BC) de façon que les deux parties du jardin ainsi délimitées par la barrière aient la même aire et également le même périmètre. **A quelle distance de B sont situées les deux extrémités de la barrière ?**

FIN CATÉGORIES L2, HC

Du 27 au 30 mai 2021, ne manquez pas le 22^e Salon de la culture et des jeux mathématiques (www.cijm.org).